

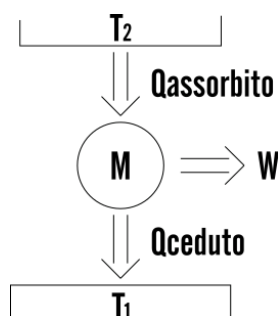
Appunti di Fisica

II principio della termodinamica, macchine termiche e rendimento

Per addentrarsi all'interno della comprensione del secondo principio della termodinamica, bisogna chiarire cos'è una macchina termica.

Una macchina termica è un qualsiasi sistema con un gas che è capace di fare trasformazioni cicliche. La macchina termica più semplice a cui possiamo riferirci è un pistone.

Tutte le macchine termiche assorbono energia sotto forma di calore ($Q = cm\Delta t$) dall'esterno (es. un qualsiasi oggetto molto caldo, chiamato serbatoio ad alta temperatura). Con il calore ricevuto fanno espandere il gas, cioè compiono lavoro, e, infine, l'energia rimanente inutilizzata viene espulsa per sempre sotto forma di calore, dandola ad un'altra zona, chiamata serbatoio a bassa temperatura.



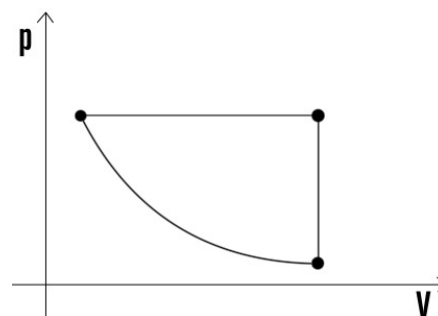
Per tutte le macchine vale la formula:

$$L = Q_{ass} + Q_{ced}$$

- Dove L (a volte denominato anche W) è la somma di tutti i lavori che compongono un ciclo.
 - Così come per Q_{ass} e Q_{ced} che sono rispettivamente la somma dei lavori assorbiti e la somma dei lavori ceduti, sempre in un ciclo.
- Ricordando, però, che il calore ceduto deve essere sempre negativo: $Q_{ced} < 0$

Se per esempio avessimo una macchina termica avente un ciclo fatto da un'isoterma, un'isobara e un'isocora, con i seguenti valori di Q ed L :

- Isoterma: $Q = -200J$; $L = -200J$
- Isobara: $Q = 1000J$; $L = 500J$
- Isocora: $Q = -500J$; $L = 0J$



La nostra macchina produrrà un $L_{tot} = 300J$; un $Q_{ass_{tot}} = 1000J$ e un $Q_{ced_{tot}} = -700J$

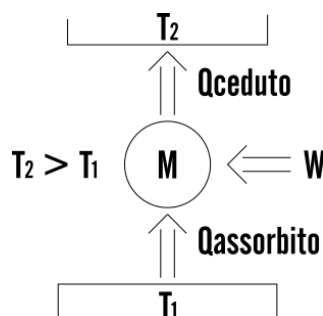
Le macchine termiche devono, però, rispettare il II principio della termodinamica. Dunque, per quanto bene si possa costruire una macchina termica, non si può mai avere il calore ceduto uguale a zero:

$$Q_{ced} \neq 0$$

Un po' di energia assorbita finisce sempre sprecata in calore e non viene usata per svolgere lavoro.

Ma cosa succede se la macchina termica rimane spenta? Sostanzialmente tutto il calore in ingresso finisce al serbatoio freddo. Per natura, infatti, il calore si muove solo dove la temperatura è più bassa.

Invertire il processo è possibile ma per riuscirci bisogna vincere la tendenza del calore a spostarsi verso il freddo e per farlo bisogna dare energia al gas, sotto forma di lavoro. Una macchina che funziona in questo modo è il frigorifero.



Ma le macchine termiche, ovviamente, non sono tutte uguali. Quello che distingue una Ferrari da un frullatore con le ruote è l'efficienza. Una macchina termica efficiente è una che riesce a produrre tanto lavoro con il calore che gli viene dato.

L'efficienza, chiamata anche rendimento e indicata con la lettera greca η (eta), si calcola come il rapporto tra il lavoro che la macchina produce e il calore assorbito:

$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = 1 + \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}}$$

Completamente equivalente alla formula iniziale è quella di destra senza il lavoro. Ovviamente il calore ceduto è sempre negativo.

Qualcuno potrebbe indicare l'efficienza η come una percentuale: $\eta = 28\%$ oppure $\eta = 3\%$

Ma questo significa semplicemente che la prima equivale a 0,28 e la seconda 0,03.

L'efficienza, purtroppo, non sarà mai del 100% altrimenti avremmo tra le mani un utopistico moto perpetuo ($\eta = 1$).

Inoltre, una trasformazione reversibile è una trasformazione lenta che è più:

- controllata
- ordinata
- sicura

Se però il gas si trasforma troppo velocemente, iniziano a comparire:

- attriti
- vortici
- urti tra molecole

Una trasformazione del genere viene denominata irreversibile.

Nella realtà non esistono trasformazioni veramente reversibili, ma ci si può andare vicino. Una macchina che lavora con trasformazioni reversibili è, ovviamente, migliore di una che lavora con quelle irreversibili.

La macchina termica migliore in assoluto è quella costruita in modo che faccia soltanto quattro trasformazioni reversibili: 2 isoterme e due adiabatiche.

Fase 1: chiudiamo il gas in un pistone e immettiamolo in una qualsiasi sorgente di calore. Se il pistone è ben costruito il gas riceverà calore e, per non aumentare la sua energia, si espanderà compiendo del lavoro (prima isoterma). ($Q \rightarrow L \rightarrow$)

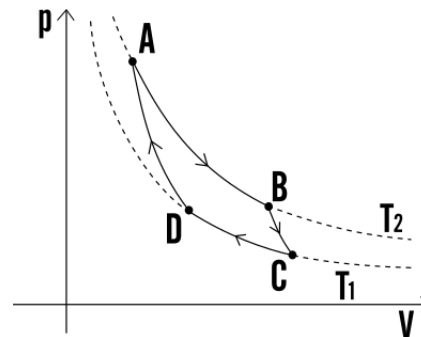
Fase 2: tiriamo fuori dalla sorgente il pistone e avvolgiamo con un panno. Questo continuerà a espandersi ancora un pochino po', ma, non potendo ricevere calore, si abbasserà di temperatura (prima adiabatica). ($L \mid T$ scende)

Fase 3: inseriamo in un ambiente freddo il nostro pistone. Il calore gli verrà sottratto e questo compenserà contraendosi (seconda isoterma). ($\leftarrow Q \leftarrow L$)

Fase 4: riavvolgiamo il pistone nel panno. Questo continuerà a contrarsi, ma non potendo rilasciare calore, si riscalerà, pronto per essere re-inserito nella sorgente calda.

Questo ciclo si chiama ciclo di Carnot, omonima è anche la macchina. La macchina di Carnot ha una formula per il rendimento a sé:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{fredda}}{T_{calda}}$$



Questo è il massimo rendimento per qualsiasi macchina, reversibile o irreversibile che sia, che abbia le stesse temperature.

Le formule precedentemente illustrate sono valide anche per la macchina di Carnot.

Le macchine come i frigoriferi, o i condizionatori, il cui compito è raffreddare le cose, per far sì che funzionino, hanno bisogno che dell'energia arrivi al gas.

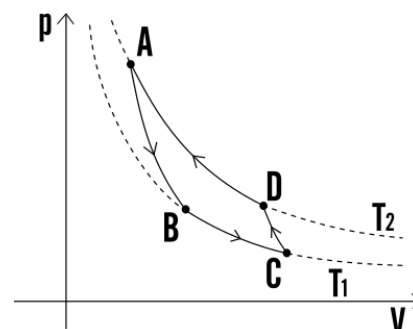
Per i frigoriferi non si utilizza l'efficienza ma il coefficiente di prestazione. Questo è:

$$COP = \frac{Q_{ceduto}}{L}$$

E quanto più è piccolo questo valore, meglio è, perché significa che non diventa cocente con l'energia utilizzata.

Come per il rendimento delle macchine termiche, esiste anche un coefficiente di prestazione ideale, che è quello di un ciclo di Carnot reversibile, ma al contrario:

$$COP_{ideale_{inv}} = \frac{T_{calda}}{T_{calda} - T_{fredda}}$$



Entropia

PRIMA DEFINIZIONE

Cos'è l'entropia? L'entropia è disordine, questa è la generica risposta che i molti ci danno. Ma cosa vuol dire disordine?

Disordine: richiede più informazioni per descrivere il sistema rispetto all'ordine

Un sistema ordinato, infatti, comporta poche specifiche rispetto ad uno stesso disordinato. Per tanto quanto più informazioni mi servono per descrivere un sistema, quanto più questo è disordinato.

La termodinamica ci dice che la quantità di informazioni per descrivere un sistema aumenta nel tempo o rimane uguale, ma non diminuisce mai spontaneamente.

$$S_{finale} \geq S_{iniziale}$$

Così l'entropia risulta la quantità di informazioni per descrivere un sistema.

In realtà l'entropia può diminuire, ma la probabilità che lo faccia, rispetto a quelle che questa aumenti, è piccolissima, praticamente ≈ 0

SECONDA DEFINIZIONE

Ma cosa succede con i gas, come faccio a capire se uno di questi è ordinato o disordinato? Per farlo introduciamo prima alcune cose:

- Macrostat: stato complessivo del sistema
- Microstat: stati specifici di ogni componente del sistema.

A ogni macrostat corrispondono più microstati. L'entropia, quindi, è il numero di microstati corrispondenti a un macrostat. Ed equivale:

$$S = K_B \ln(W)$$

Dove $K_B = 1,381 \times 10^{-23} J/K$ e W è proprio il numero di microstati a una certa temperatura.

Questo ci fa capire che un macrostat con più microstati di un altro (quindi ha un'entropia più alta), ha una probabilità più alta che salti fuori nell'evoluzione del sistema.

Parlando di un gas il suo macrostat è identificabile dal suo volume (V), dalla sua pressione (P) e dalla sua temperatura (T). Il suo microstat, invece, è la posizione e la velocità (quindi il modo) delle singole molecole.

TERZA DEFINIZIONE

L'entropia può essere intesa anche un vero e proprio spreco di energia. Abbassarla, infatti, costa molta più energia di quanto ci si impiega per aumentarla.

Ma come si calcola l'entropia?

Anzitutto bisogna distinguere tra tre diverse quantità:

1. Entropia del sistema: S_S
2. Entropia dell'ambiente: S_A
3. Entropia dell'universo: S_U

L'entropia del sistema è quella trattata fino ad adesso, ossia quella del gas o, in generale, del corpo in esame.

Quella dell'ambiente, invece, è l'entropia di ciò che interagisce col gas.

Infine, quella dell'universo. L'universo, in termodinamica, è inteso come l'unione di sistema e ambiente. L'idea fondamentale è che l'universo è sempre un sistema chiuso e isolato.

Ogni trasformazione fa variare l'entropia:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_A$$

L'unico caso in cui questo valore è uguale a zero, è nel caso in cui questa sia reversibile. Se la trasformazione è irreversibile: $\Delta S_U > 0$

Attenzione: ΔS_S e ΔS_A possono essere positivi, negativi o nulli, indipendentemente se la trasformazione è reversibile o irreversibile.

Per calcolare ΔS_S esiste una formula valida per ogni trasformazione, reversibile o meno:

$$\Delta S_S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + nC_V \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

In base ai vari tipi di trasformazioni (isoterma, isobara...), esistono diverse varianti, ma questa è, come suddetto, quella valida per tutte.

Per calcolare ΔS_A distinguo due casistiche:

Trasformazione reversibile: $\Delta S_A = -\Delta S_S = \frac{Q}{T}$

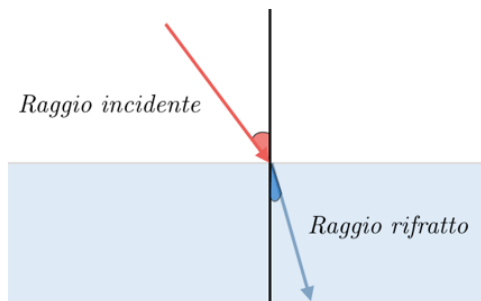
Trasformazione irreversibile: $\Delta S_A = \frac{-Q_{ced.ass}}{T_{ambiente}}$

Di solito T è la temperatura finale del gas nella trasformazione. Questa formula però è un po' limitata, infatti funziona solo se si è sicuri che, durante la transizione, l'ambiente, cioè il serbatoio termico con cui il gas è a contatto, rimanga sempre alla stessa temperatura. Altrimenti si potrebbe utilizzare anche la seguente:

$$\Delta S_A = - \int_{T_{iA}}^{T_{fA}} \frac{dQ}{T}$$

La rifrazione della luce

La rifrazione è un fenomeno che avviene quando un raggio di luce passa da una sostanza a un'altra.



La formula fondamentale che regola questo fenomeno è la legge di Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

θ_1 e θ_2 sono gli angoli che ci indicano come il raggio entra o esce da una certa sostanza. Il primo è l'angolo con cui il raggio di luce arriva sulla superficie tra l'aria e l'acqua, non è l'angolo che si trova tra l'aria e la superficie, bensì l'angolo tra la retta perpendicolare alla superficie e il raggio luminoso.

Qualora disponessimo dell'angolo tra l'aria e l'acqua possiamo calcolare lo stesso θ_1 :

$$\theta_1 = 90 - \alpha_1 \quad \text{Vale lo stesso per } \theta_2$$

I termini n sono gli indici di rifrazione. L'indice di rifrazione è sempre maggiore di 1. Quello che possiamo dedurre dalla legge di Snell è che se un raggio luminoso passa da un n piccolo a un n grande, allora questa si avvicina alla linea verticale. Se invece succede il contrario, allora il raggio si allontana.

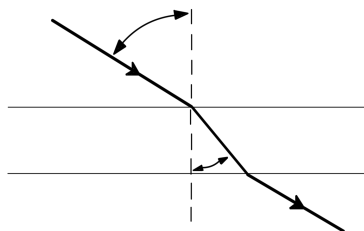
L'indice di rifrazione si può calcolare come:

$$n = \frac{c}{v}$$

Dove:

- " c " è la velocità della luce nel vuoto che vale $3 \times 10^8 \text{ m/s}$.
- " v " è la velocità della luce in quella sostanza in particolare.

Ma cosa succede se la luce passa da una sostanza a un'altra e poi ritorna nella sostanza di partenza (es: aria, vetro, aria)



Il raggio iniziale e quello finale sono paralleli, ma non sovrapposti, il secondo, a causa della sostanza centrale, è deviato rispetto al raggio iniziale.

Inoltre, l'indice di rifrazione cambia con la lunghezza d'onda che stiamo considerando. Per tanto luci di colore diverso vengono deviate leggermente di diversi angoli, a causa dell'indice di rifrazione della sostanza.

Alle volte poi, quando un raggio passa da un indice di rifrazione grande a uno piccolo, potrebbe capitare che per l'ampiezza del raggio iniziale questo non passi affatto nella sostanza ma "tiri dritto" sulla sostanza. Qualora l'ampiezza dell'angolo iniziale del raggio incidente sia molto grande, potrebbe capitare che il raggio rifratto torni indietro, per tanto la sostanza si comporta come uno specchio (rifrazione o riflessione totale).

La rifrazione totale avviene unicamente quando si supera l'angolo critico o limite. Come si calcola?

$$\sin \theta_{\text{limite}} = \frac{n_{\text{piccolo}}}{n_{\text{grande}}}$$

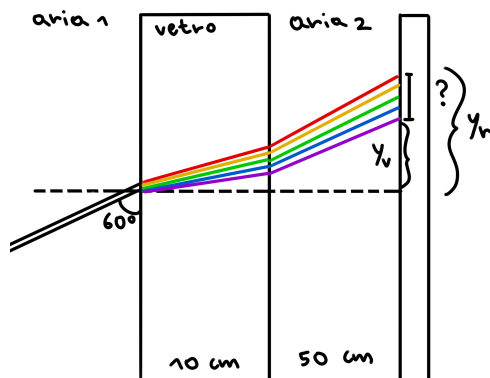
Ovviamente la formula non ci calcola direttamente l'angolo limite, bensì il suo seno. Per calcolare l'angolo applichiamo a destra e a sinistra dell'equazione la funzione arcoseno, cioè $\sin^{-1}$.

Utile nella risoluzione di alcuni esercizi è il rapporto tra gli indici di rifrazione delle due sostanze che è legato alla lunghezza d'onda dell'onda nelle due sostanze.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Esercizio sulla rifrazione

Un raggio di luce bianca colpisce una lastra di vetro, con indici di rifrazione $n_{\text{vetroviola}} = 1,7$ e $n_{\text{vetrorossa}} = 1,68$, con $\alpha = 60^\circ$. A 50 cm dalla lastra si trova uno schermo. Calcola l'ampiezza della banda luminosa che si forma sullo schermo.



Il fascio di luce bianca, in realtà, è la sovrapposizione di tutti i colori possibili.

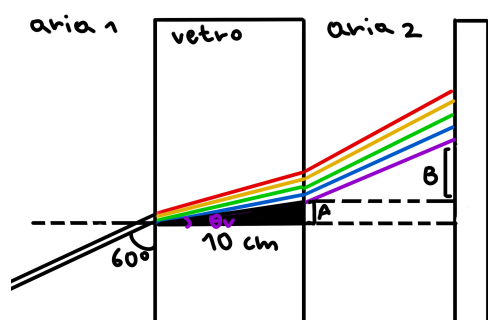
Quando il fascio arriva al vetro, i diversi colori che compongono vengono rifratti con angoli diversi dallo stesso materiale.

In particolare la luce viola, quella con la lunghezza d'onda più piccola della luce visibile, è quella che viene rifratta di più, mentre la luce rossa, è quella che viene rifratta di meno.

Quando i colori arrivano all'altra interfaccia, tra il vetro e l'aria, c'è un'ulteriore rifrazione: la luce rossa sarà quella meno rifratta, la viola, invece quella più rifratta. I raggi dei colori nel secondo spazio d'aria saranno paralleli ai raggi nel primo spazio d'aria.

È chiaro ora che quello che la traccia ci ha chiesto è di calcolare l'ampiezza della zona illuminata dai diversi colori, in particolare dal rosso fino al viola.

Inizio a calcolarmi dove "cade" il viola, cioè di quanto il suo raggio sia stato spostato rispetto al punto di partenza (y_v). Poi procederò col calcolarmi l'equivalente di questo appena detto, ma per il rosso (y_r) e, facendo la differenza tra queste due lunghezze, scopro quanto è larga la banda colorata.



Per calcolare y_v , la devo scomporre in due parti, poiché questa è passata attraverso due sostanze. Noto, dunque, la formazione di un triangolo rettangolo che ha come lati il raggio, la lunghezza A da calcolare e lo spessore del vetro (10 cm).

Se quindi, riuscissi a conoscere θ_v , potrei calcolare A, che è $A = \text{base} \times \tan(\theta_v)$ $\Rightarrow$
 $A = 10 \text{ cm} \times \tan(\theta_v)$

Qui entra in gioco la legge di Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Parlando della luce viola, prendiamo in considerazione $n_{\text{vetro viola}} = 1,7$. A questo punto l'equazione scritta in base al nostro problema diventa:

$$n_{\text{aria}_1} \sin \theta_{\text{aria}_1} = n_{\text{vetro}} \sin \theta_{\text{vetro}}$$

- $n_{\text{aria}_1} = 1$ (è sottinteso)
- $\theta_{\text{aria}_1} = 90 - \alpha = 90 - 60 = 30^\circ$
- $n_{\text{vetro}} = 1,7$

Dispongo praticamente di tutto eccetto che di θ_{vetro} . Procedo allora a isolarmela:

$$\sin \theta_v = \frac{n_A \times \sin \theta_A}{n_v} = \frac{1 \times \sin(30)}{1,7} = 0,294$$

a questo punto applico la funzione arcseno per trovarmi θ_v :

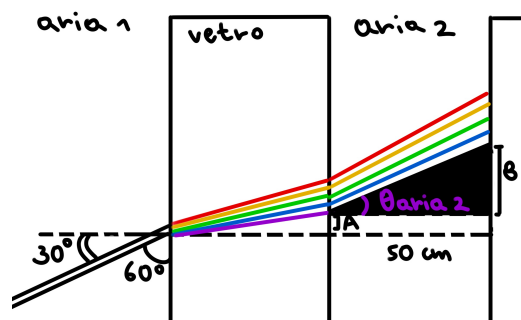
$$\arcsen(\sin \theta_v) = \arcsen(0,294)$$

Ora seno e arcseno nel termine di sinistra si annichiliscono e quindi:

$$\theta_v = \arcsen(0,294) = 17^\circ$$

Ricordando che $A = 10 \text{ cm} \times \tan(\theta_v) \Rightarrow$
 $A = 10 \text{ cm} \times \tan(17) = 3,06 \text{ cm}$

Quando il raggio luminoso esce dal vetro, forma un altro triangolo rettangolo che ha come lati il raggio, la lunghezza B e la distanza tra il vetro e lo schermo (50 cm).



Pertanto, come per A: $B = 50 \text{ cm} \times \tan(\theta_{\text{aria}_2})$

Ora facciamo un'osservazione. Questo raggio all'inizio arrivava dall'aria e ora si trova nuovamente nell'aria. E se all'inizio, nell'aria 1, arrivava con un angolo di 30° , in automatico, nell'aria 2, esce con un angolo di 30° , questo poiché siamo sempre nell'aria.

Allora il lato B sarà:

$$B = 50\text{ cm} \times \tan(30) = 28,9\text{ cm}$$

Ora procedo a calcolarmi y_v :

$$y_v = A + B = 3,06\text{ cm} + 28,9\text{ cm} = 31,96\text{ cm}$$

La luce viola “casca” nella posizione 32 cm. Il problema è finito? Ovviamente no, ora devo rifare tutto, allo stesso modo, però per la luce rossa, questo a causa del fatto che $n_{\text{vetro rossa}} = 1,68$.

Fatti i conti ottengo che $A = 3,12\text{ cm}$ e $B = 28,9\text{ cm}$, per tanto y_r sarà:

$$y_r = A + B = 3,12\text{ cm} + 28,9\text{ cm} = 32,02\text{ cm}$$

E, ottenuto il suddetto valore, trovo la larghezza della banda colorata:

$$B_c = 32,02\text{ cm} - 31,96\text{ cm} = 0,06\text{ cm}$$